CSC

Centro Studi Colombo

Cinematica

CINEMATICA

La **cinematica** è quella parte della meccanica che si interessa del moto di un corpo, indipendentemente dalle cause che producono il moto stesso. Il moto è un concetto relativo. È possibile definire che un corpo si trova in quiete o in moto solo avendo a disposizione un sistema di riferimento, costituito ad esempio da altri corpi che possono essere considerati fissi. Per semplicità in cinematica si considera che il corpo che si muove sia un corpo puntiforme, detto anche **punto materiale**.

2.1 Posizione e traiettoria

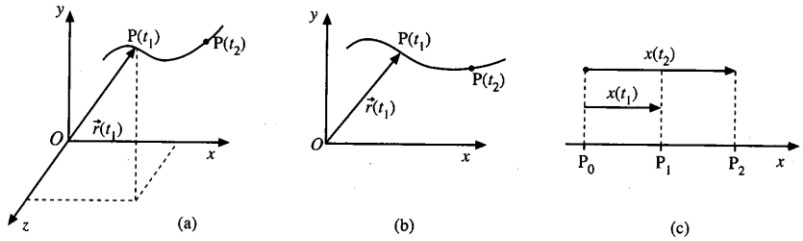
Si dice che un corpo è in moto quando la sua posizione, rispetto ad un sistema di riferimento di assi cartesiani, varia nel tempo.

Considerato un sistema di riferimento, la **posizione $\vec{r}(t)$ di un punto nell'istante** t è un vettore che unisce l'origine degli assi al punto stesso. Se il punto si muove, allora la posizione è funzione del tempo.

Si chiama **traiettoria di punto in movimento** la linea che unisce tutte le posizioni da esso occupate in istanti di tempo successivi (Fig. 2.1a, b, c).

La relazione che esprime la posizione di un punto in funzione del tempo prende il nome di **legge oraria**.

Nel Sistema Internazionale, l'unità di misura della posizione è il *metro*, dimensioni $[L]$.



❒ ***Figura 2.1*** ***(a)*** *Il punto P si muove nello spazio. Il moto è descritto da tre funzioni $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$.* ***(b)*** *Il punto P si muove su un piano. Il moto è descritto da due funzioni $x = x(t)$, $y = y(t)$.* ***(c)*** *Il punto P si muove lungo una retta. Il moto è descritto da una funzione $x = x(t)$.*

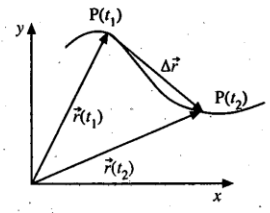
2.2 Vettore spostamento

Indicati con $\vec{r}(t_1)$ e $\vec{r}(t_2)$ i vettori posizione del punto P relativi agli istanti t_1 e t_2, si definisce **vettore spostamento** (Fig. 2.2):

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1) \tag{2.1}$$

Nel Sistema Internazionale, l'unità di misura dello spostamento è il metro, dimensioni $[L]$.

Lo spostamento $\Delta\vec{r}$ non coincide con il percorso del punto P ma dipende solo dalle due posizioni iniziale e finale $P(t_1)$ e $P(t_2)$.



❒ ***Figura 2.2*** *Vettore spostamento.*

2.3 Velocità

La **velocità vettoriale media** in un certo intervallo di tempo è un vettore definito come il rapporto tra lo spostamento e il tempo impiegato:

$$\boxed{\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)}{t_2 - t_1}} \tag{2.2}$$

Il vettore $\vec{v}_m$ assume la stessa direzione e verso del vettore $\Delta\vec{r}$.[1]

Nel caso di moto lungo una retta:

$$\boxed{v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}} \tag{2.3}$$

Per avere informazioni sulla velocità in un certo istante, ovvero sulla velocità vettoriale istantanea, si procede calcolando la velocità vettoriale media per intervalli di tempo sempre più piccoli. In

questo modo lo spostamento $\Delta\vec{r}$ si avvicina sempre più alla traiettoria percorsa e nel limite in cui l'intervallo di tempo Δt tende a zero, $\Delta\vec{r}$ è tangente alla traiettoria. Ovvero, la **velocità vettoriale istantanea** definita come:

$$\boxed{\vec{v}_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{\vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)}{t_2 - t_1}} \tag{2.4}$$

coincide con la derivata del vettore posizione rispetto al tempo:

$$\boxed{\vec{v}_i = \frac{d\vec{r}}{dt}} \tag{2.5}$$

Il vettore $\vec{v}_i$ ha direzione tangente alla traiettoria e verso concorde con quello del moto.
Nel caso di moto lungo una retta:

$$\boxed{v_i = \frac{dx}{dt}} \tag{2.6}$$

La **velocità scalare media**, o velocità, è definita dal rapporto tra lo spazio percorso e l'intervallo di tempo impiegato a percorrerlo.
Nel Sistema Internazionale, l'unità di misura della velocità è $\frac{metro}{secondo}$, le sue dimensioni sono $[v] = [L \cdot T^{-1}]$.

2.4 Accelerazione

L'**accelerazione media** in un certo intervallo di tempo è un vettore definito come il rapporto tra la variazione di velocità di un punto e l'intervallo di tempo nel quale è avvenuta tale variazione:

$$\boxed{\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(t_2) - \vec{v}(t_1)}{t_2 - t_1}} \tag{2.7}$$

Il vettore $\vec{a}_m$ ha la direzione e il verso del vettore $\Delta\vec{v}$.
Nel caso di moto lungo una retta:

$$\boxed{a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}} \tag{2.8}$$

Procedendo in maniera analoga a quanto visto per definire la velocità istantanea, si può definire l'**accelerazione istantanea** come:

$$\boxed{\vec{a}_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{\vec{v}(t_2) - \vec{v}(t_1)}{t_2 - t_1}} \tag{2.9}$$

che coincide con la derivata del vettore velocità rispetto al tempo:

$$\boxed{\vec{a}_i = \frac{d\vec{v}}{dt}} \tag{2.10}$$

Nel caso di moto lungo una retta:

$$\boxed{a_i = \frac{dv}{dt}} \tag{2.11}$$

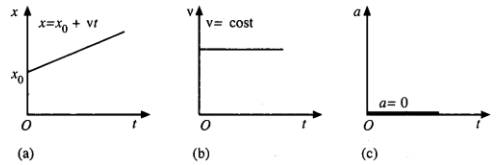
Nel Sistema Internazionale, l'unità di misura della accelerazione è $\frac{metro}{secondo^2}$, le sue dimensioni sono $[a] = [L \cdot T^{-2}]$.
In un *moto rettilineo* l'accelerazione ha la stessa direzione della velocità e quindi della traiettoria. In un *moto curvilineo* la velocità è tangente alla traiettoria e l'accelerazione è il risultato di una componente tangente alla traiettoria e di una componente normale (perpendicolare) alla traiettoria. Quindi, in generale, l'accelerazione non è tangente alla traiettoria.

2.5 Moto rettilineo uniforme

Si definisce **moto rettilineo uniforme**, un moto in cui il vettore velocità è costante in modulo, direzione e verso: $\vec{v} = costante$. Il punto materiale si muove sulla retta con velocità costante, quindi con accelerazione nulla ($\vec{a} = 0$).
Detta x_0 la posizione iniziale del punto che si muove di moto rettilineo uniforme e v la velocità, vale la relazione:

$$\boxed{x = x_0 + v \cdot t} \quad \text{(legge oraria del moto rettilineo uniforme)} \tag{2.12}$$

Le Figure 2.3a, b, c mostrano per il moto rettilineo uniforme l'andamento in funzione del tempo delle grandezze: posizione x, velocità v ed accelerazione a.



❒ ***Figura 2.3*** ***(a)*** *Andamento in funzione del tempo della posizione, per un moto rettilineo uniforme.* ***(b)*** *Andamento in funzione del tempo della velocità, per un moto rettilineo uniforme.* ***(c)*** *Andamento in funzione del tempo della accelerazione, per un moto rettilineo uniforme.*

2.6 Moto uniformemente accelerato

Si definisce **moto uniformemente accelerato**, un moto in cui il vettore accelerazione è costante in modulo, direzione e verso: $\vec{a} = costante$. Il punto materiale si muove su una retta, la sua velocità è diretta come l'accelerazione.

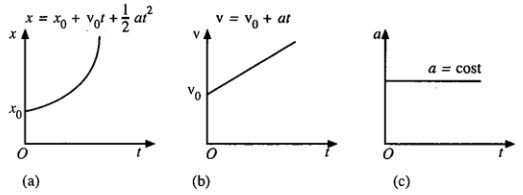
Detta x_0 la posizione iniziale del punto che si muove di moto uniformemente accelerato, v_0 la velocità iniziale e $v(t)$ la velocità in un generico istante t, valgono le seguenti relazioni:

$$\boxed{v(t) = v_0 + a \cdot t} \tag{2.13}$$

$$\boxed{x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2} \tag{2.14}$$

(legge oraria del moto uniformemente accelerato)

Le Figure 2.4a,b,c mostrano per il moto uniformemente accelerato l'andamento in funzione del tempo delle grandezze: posizione x, velocità v ed accelerazione a.

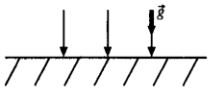


❒ ***Figura 2.4 (a)*** *Andamento in funzione del tempo della posizione, per un moto uniformemente accelerato.* ***(b)*** *Andamento in funzione del tempo della velocità, per un moto uniformemente accelerato.* ***(c)*** *Andamento in funzione del tempo della accelerazione, per un moto uniformemente accelerato.*

2.7 Accelerazione di gravità e caduta libera dei gravi

Dalla nostra esperienza quotidiana si vede che se gli oggetti non sono sostenuti tendono a cadere verso terra. I corpi sono soggetti ad una accelerazione dovuta alla attrazione gravitazionale della Terra. L'**accelerazione gravitazionale** g è la stessa per tutti i corpi che cadono indipendentemente dalla loro natura, massa, forma, e il suo valore è costante durante la caduta.

Il **moto di caduta libera** dei corpi sulla Terra è un moto uniformemente accelerato. Il modulo dell'accelerazione di gravità vale approssimativamente: $g = 9{,}8\ m/s^2$ vicino alla superficie terrestre. Il vettore $\vec{g}$ è diretto perpendicolarmente alla superficie terrestre, quindi radiale, ed orientato verso il centro della terra. Se si considera una regione limitata in prossimità della superficie terrestre, l'accelerazione di gravità a cui è sottoposto un corpo ha direzione verticale (Fig. 2.5).



❒ ***Figura 2.5*** *Accelerazione di gravità in prossimità della superficie terrestre.*

Si consideri un corpo lasciato cadere (ovvero che parte con velocità iniziale nulla $v_0 = 0$) da una altezza h. Il corpo si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato. Considerando un sistema di coordinate tale che il verso positivo dell'asse x sia quello verso il basso e l'origine ($x_0 = 0$) si trovi nella posizione iniziale, ad una altezza h (Fig. 2.6), le relazioni che regolano il moto sono:

$$\boxed{v(t) = g \cdot t} \quad \text{(dalla 2.13 con } v_0 = 0) \tag{2.15}$$

$$\boxed{x(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2} \quad \text{(dalla 2.14 con } x_0 = 0,\ v_0 = 0) \tag{2.16}$$

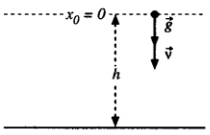
dove $x(t)$, che è la posizione del corpo nel generico istante t, indica lo spazio percorso a partire dalla posizione iniziale $x_0 = 0$.

Segue che $h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$ dove t è il tempo di caduta[2]:

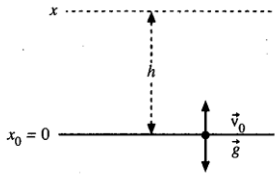
$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2h}{g}}} \tag{2.17}$$

La velocità raggiunta dal corpo nell'istante in cui tocca terra si ricava sostituendo l'espressione del tempo di caduta t nella (2.15):

$$\boxed{v = \sqrt{2gh}} \tag{2.18}$$



❒ ***Figura 2.6*** *Caduta di un grave per effetto della attrazione gravitazionale.*



❒ ***Figura 2.7*** *Moto di un corpo lanciato verso l'alto.*

Si consideri ora un corpo lanciato verso l'alto con velocità iniziale v_0 (Fig. 2.7). Considerando un sistema di coordinate tale che il verso positivo dell'asse x sia quello verso l'alto e l'origine ($x_0 = 0$) si trovi nella posizione iniziale, il moto del corpo è uniformemente decelerato e le relazioni che regolano tale moto possono essere riscritte come:

$v(t) = v_0 - g \cdot t$ (il segno meno tiene conto del fatto che la velocità (verso l'alto) e l'accelerazione di gravità (verso il basso) hanno verso opposto) (2.19)

$x(t) = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$ (per $x_0 = 0$ e versi opposti di velocità e accelerazione di gravità) (2.20)

Il tempo necessario a raggiungere l'altezza massima si ricava dalla (2.19) ponendo $v(t) = 0$, come:

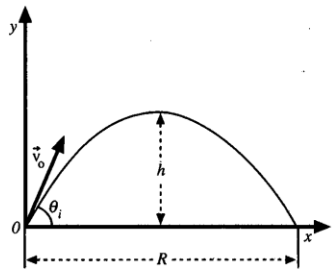
$$\boxed{t = \frac{v_0}{g}} \tag{2.21}$$

L'altezza massima raggiunta dal corpo lanciato verso l'alto con velocità iniziale v_0 si ricava sostituendo l'espressione del tempo t necessario per raggiungere l'altezza massima nella (2.20), come:

$$\boxed{h = \frac{v_0^2}{2g}} \tag{2.22}$$

2.8 Moto di un proiettile

Il moto di un proiettile o di una pallina lanciata con velocità iniziale $\vec{v}_0$ in una certa direzione, come in Figura 2.8, è un esempio di moto in due direzioni.



❒ ***Figura 2.8*** *Moto di un proiettile.*

Se si trascura la resistenza dell'aria, il moto del proiettile è regolato dall'accelerazione di gravità g che è costante. Considerando un sistema di assi cartesiani x, y, come in Figura 2.8, segue che l'accelerazione lungo la direzione x è nulla mentre lungo la direzione y è negativa in quanto l'accelerazione di gravità è diretta verso il basso.

$$a_x = 0 \tag{2.23}$$

$$a_y = -g \tag{2.24}$$

Dalle equazioni generali per un moto in due dimensioni con accelerazione costante:

$$x = v_{0x} \cdot t + \frac{1}{2} a_x \cdot t^2 \tag{2.25}$$

$$y = v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} a_y \cdot t^2 \tag{2.26}$$

si ottiene:

$$x = v_{0x} \cdot t \tag{2.27}$$

$$y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \tag{2.28}$$

con:

$$v_x = v_{0x} \tag{2.29}$$

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \tag{2.30}$$

Le relazioni 2.27-2.30 mostrano come il moto di un proiettile è la composizione di un moto orizzontale uniforme (2.27, 2.29) e un moto verticale uniformemente accelerato dovuto alla sola gravità (2.28, 2.30).

La traiettoria del proiettile è una parabola, come si vede anche nella Figura 2.9, e il proiettile atterra nell'istante in cui y ritorna a zero ($y = y_0 = 0$).

Il tempo di atterraggio si ricava dalla 2.28:

$$0 = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

di cui $t = \frac{2 \cdot v_{0y}}{g}$ è una soluzione.

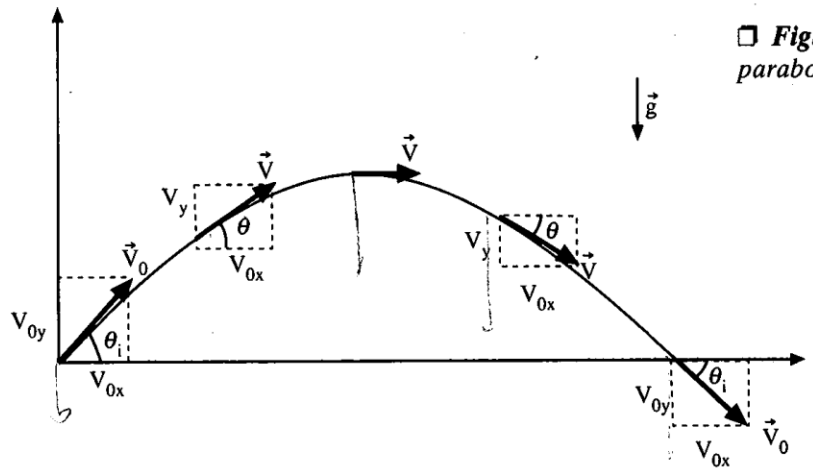
La distanza orizzontale percorsa all'atterraggio, detta **gittata** R, si ricava dalla 2.27 ponendo $x = R$:

$$\boxed{R = \frac{2 \cdot v_{0y} \cdot v_{0x}}{g}} \tag{2.31}$$

Se la velocità iniziale forma un angolo di lancio ϑ_i come in Figura 2.7, considerando:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \vartheta_i \tag{2.32}$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \operatorname{sen} \vartheta_i \tag{2.33}$$



❒ ***Figura 2.9*** *Traiettoria parabolica di un proiettile.*

la gittata diventa:

$$\boxed{R = \frac{2 \cdot v_0^2}{g} \cdot \operatorname{sen} \vartheta_i \cdot \cos \vartheta_i} \tag{2.34}$$

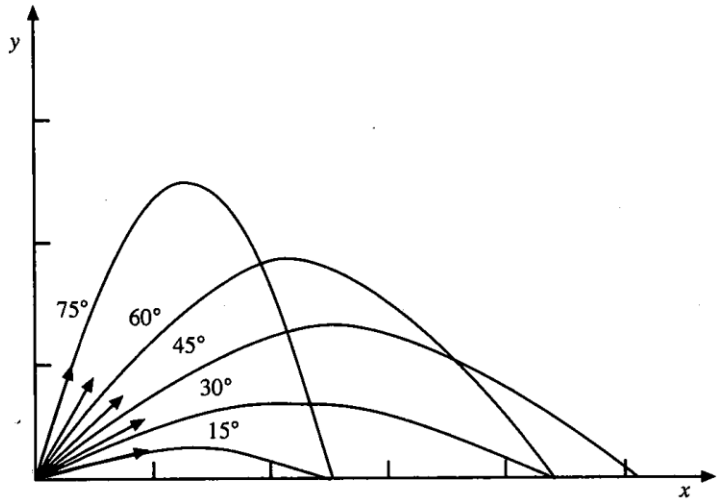
ed è massima per $\vartheta_i = 45°$

Si osserva che:

se $\vartheta_i = 90°$ allora $\cos 90° = 0$ e quindi $R = 0$

se $\vartheta_i = 0°$ allora $\operatorname{sen} 90° = 0$ e quindi $R = 0$

Per angoli complementari, ad esempio 30° e 60°, a parità di velocità iniziale, la gittata è la stessa: sen60° cos60° = sen30° cos30°. Tale proprietà è mostrata in Figura 2.10.



❒ ***Figura 2.10*** *A parità di velocità iniziale, la gittata dipende dall'angolo di lancio ed è la stessa per angoli complementari.*

2.9 Moto circolare uniforme

Il **moto circolare uniforme** è il moto di un punto materiale che percorre una traiettoria circolare con velocità costante in modulo. In questo moto il vettore velocità è costante solo in modulo (v = costante), mentre la direzione cambia nel tempo in modo tale che la traiettoria risultante sia una circonferenza (Fig. 2.11). Il vettore velocità è in ogni punto tangente alla circonferenza. La velocità con cui il punto si muove lungo la circonferenza è detta **velocità periferica** v:

$$\boxed{v = \frac{\Delta s}{\Delta t}} \tag{2.35}$$

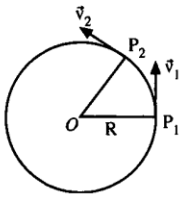
dove Δs è l'arco percorso nell'intervallo di tempo Δt.

Si definisce **periodo** del moto il tempo T che il punto impiega a percorrere l'intera circonferenza. Vale la relazione:

$$\boxed{v = \frac{2\pi R}{T}} \tag{2.36}$$

dove v è la velocità periferica ed R il raggio della circonferenza.

Nel Sistema Internazionale l'unità di misura del periodo è il *secondo*, dimensioni [T].



❒ ***Figura 2.11*** *Velocità di un punto che si muove di moto circolare uniforme.*

La velocità con cui ruota il raggio R è detta **velocità angolare**. La velocità angolare ω è il rapporto tra l'angolo $\Delta\vartheta$ descritto dal raggio R nell'intervallo di tempo Δt e l'intervallo di tempo stesso:

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t}} \tag{2.37}$$

La velocità periferica e la velocità angolare sono legate dalla relazione $v = \omega \cdot R$.

Infatti, considerando ad esempio un intervallo di tempo pari ad un periodo T, si ha

$$v = \frac{2\pi R}{T} \qquad \text{e} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

L'unità di misura della velocità angolare nel S. I. è $\frac{radianti}{secondo}$, dimensioni $[T^{-1}]$.

Nel moto circolare uniforme anche ω è costante.

Si definisce **frequenza** f[3] il numero di giri completi percorsi dal punto in un secondo:

$$\boxed{f = \frac{1}{T}} \tag{2.38}$$

L'unità di misura della frequenza nel Sistema Internazionale è l'*hertz*, dimensioni $[T^{-1}]$.

Le leggi che legano tra loro le grandezze introdotte sono quindi le seguenti:

$$\boxed{v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R f} \tag{2.39}$$

$$\boxed{v = \omega \cdot R} \tag{2.40}$$

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f} \tag{2.41}$$

Visto che nel moto circolare uniforme si ha una variazione della direzione del vettore velocità nel tempo, si può definire una accelerazione. In un moto curvilineo anche se il modulo della velocità è costante, l'accelerazione non è nulla poiché la curvatura della traiettoria rende non nullo il vettore $\Delta\vec{v}$. Il punto che si muove di moto circolare uniforme è soggetto ad una **accelerazione centripeta**, diretta in ogni istante come il raggio della circonferenza e orientata verso il centro della circonferenza. L'accelerazione centripeta è in ogni punto perpendicolare al vettore velocità. Per l'accelerazione centripeta valgono le seguenti relazioni:

$$\boxed{a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R} \tag{2.42}$$

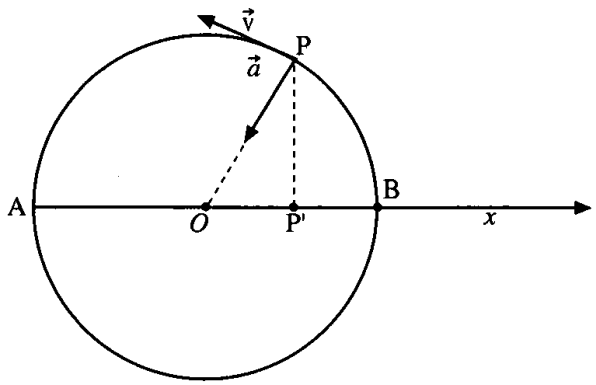
2.10 Moto curvilineo non uniforme

Un punto che si muove su una traiettoria curva ad una velocità non costante in modulo è soggetto ad una accelerazione diretta verso la concavità della curvatura, come risultato vettoriale di una accelerazione tangenziale a_T (tangente alla traiettoria) e di una accelerazione radiale (o normale) a_N (perpendicolare ad a_T).

L'accelerazione a_T tiene conto della variazione del modulo della velocità nel tempo, l'accelerazione a_N tiene conto della variazione nel tempo della direzione del vettore velocità nel percorrere la traiettoria curvilinea.

2.11 Moto armonico

Un **moto armonico**[4] è il moto di un punto che compie oscillazioni attorno ad una posizione di equilibrio, o centro di oscillazione. Ad esempio, dato un punto P che si muove di moto circolare uniforme, la sua proiezione P′ sul diametro AB della circonferenza descrive un moto armonico (Fig. 2.12).



❒ ***Figura 2.12*** *P′, proiezione del punto P in moto circolare uniforme, si muove di moto armonico.*

La legge oraria del moto armonico è una funzione sinusoidale:

$$\boxed{x = A \cdot sen(\omega t)} \tag{2.43}$$

dove A è l'ampiezza delle oscillazioni (il massimo spostamento dalla posizione di equilibrio), $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ è la pulsazione.

Quindi spostamento, velocità ed accelerazione sono funzioni armoniche del tempo, del tipo $sen(\omega t)$ o $cos(\omega t)$.

La velocità ha la massima intensità quando il punto che oscilla si trova a transitare dal centro di oscillazione. La velocità è nulla in corrispondenza degli estremi dell'oscillazione, ove il punto inverte il moto.

Si può ricavare dalla sua legge oraria che per il moto armonico vale la relazione:

$$\boxed{a = -\omega^2 \cdot x} \tag{2.44}$$

ovvero l'accelerazione è direttamente proporzionale allo spostamento dalla posizione di equilibrio, ma di verso opposto; l'accelerazione è nulla nella posizione di equilibrio e di intensità massima agli estremi dell'oscillazione.

Cinematica Verifica

1) Data una terna cartesiana xyz avente origine in O, la posizione di un generico punto P è:

A. la coordinata x del punto
B. la coordinata y del punto
C. la coordinata z del punto
D. il vettore che unisce l'origine O al punto P
E. lo scalare che corrisponde alla lunghezza del segmento OP

2) Indicati con $\vec{r}(t_1)$ e $\vec{r}(t_2)$ i vettori posizione relativi agli istanti t_1 e t_2, si definisce vettore spostamento la seguente quantità:

A. $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)$

B. $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_2) + \vec{r}(t_1)$

C. $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_1) - \vec{r}(t_2)$

D. $\Delta\vec{r} = \dfrac{\vec{r}(t_2)}{\vec{r}(t_1)}$

E. $\Delta\vec{r} = \dfrac{\vec{r}(t_1)}{\vec{r}(t_2)}$

3) Un automezzo viaggia su una strada rettilinea alla velocità di 20 km/h per mezz'ora e alla velocità di 40 km/h per un'ora. La sua velocità media è:

A. 33,3 km/h
B. 30 km/h
C. 60 km/h
D. 16,6 km/h
E. 23,7 km/h

4) Un automezzo viaggia con velocità iniziale di 80 km/h e si ferma in 10 minuti. Il modulo dell'accelerazione vale:

A. 8 km/h^2
B. 480 km/h^2
C. 800 m/s^2
D. 48 m/s^2
E. 1,33 km/h^2

5) La legge oraria di un moto è:

A. la relazione che esprime la posizione di un punto in funzione del tempo
B. la relazione che esprime la velocità di un punto in funzione del tempo
C. la relazione che esprime l'accelerazione di un punto in funzione del tempo
D. la relazione che esprime la posizione di un punto in funzione della sua velocità
E. la relazione che esprime la posizione di un punto in funzione della sua accelerazione

6) In un moto rettilineo uniforme, detta x_0 la posizione iniziale del punto, v la velocità, e a l'accelerazione, la legge oraria è

A. $x(t) = x_0 - \mathrm{v} \cdot t$

B. $x(t) = x_0 + a \cdot t$

C. $x(t) = x_0 - a \cdot t$

D. $x(t) = x_0 + \frac{1}{2} a \cdot t^2$

E. $x(t) = x_0 + \mathrm{v} \cdot t$

7) In un moto uniformemente accelerato, detta x_0 la posizione iniziale del punto, v_0 la velocità iniziale, la velocità in un generico istante t, e a l'accelerazione, la legge oraria è:

A. $x(t) = x_0 + \mathrm{v} \cdot t$

B. $x(t) = x_0 + \frac{1}{2} a \cdot t^2$

C. $x(t) = x_0 + \mathrm{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$

D. $x(t) = \mathrm{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$

E. $x(t) = x_0 - \mathrm{v}_0 \cdot t - \frac{1}{2} a \cdot t^2$

8) Detta g l'accelerazione di gravità, la velocità finale di un corpo lasciato cadere da un altezza h con velocità iniziale nulla è pari a:

A. $\mathrm{v} = \sqrt{2gh}$

B. $\mathrm{v} = \sqrt{3gh}$

C. $\mathrm{v} = 2gh$
D. $\mathrm{v} = 3gh$

E. $\mathrm{v} = \dfrac{1}{\sqrt{2gh}}$

9) Il moto di un proiettile è dato dalla composizione di un moto rettilineo uniforme (in direzione orizzontale) e di un moto uniformemente accelerato (in direzione verticale). La traiettoria risultante è:

A. una circonferenza
B. una retta
C. una iperbole
D. una parabola
E. una ellisse

10) In un moto circolare uniforme:

A. la velocità è costante in modulo e direzione
B. la velocità è costante in direzione, ma non in modulo
C. la velocità angolare varia
D. la velocità è costante in modulo, ma non in direzione
E. l'accelerazione è nulla

11) Si consideri un punto che si muove di moto circolare uniforme su di una circonferenza di raggio R e sia $\Delta\vartheta$ l'angolo descritto in un tempo Δt. La velocità angolare ω è data da:

A. $\omega = \dfrac{\Delta t}{\Delta\vartheta}$

B. $\omega = \sqrt{\dfrac{\Delta\vartheta}{\Delta t}}$

C. $\omega = \dfrac{\Delta\vartheta^2}{\Delta t}$

D. $\omega = \dfrac{\Delta\vartheta}{\Delta t^2}$

E. $\omega = \dfrac{\Delta\vartheta}{\Delta t}$

12) Sia v la velocità di un punto che si muove di moto circolare uniforme su di una circonferenza di raggio R, e sia ω la sua velocità angolare. Indicare quale tra le seguenti relazioni è esatta.

A. $v = \omega \cdot R$

B. $v = \frac{\omega}{R}$

C. $v = \frac{R}{\omega}$

D. $v = \omega^2 \cdot R$

E. $v = \omega \cdot R^2$

13) Nel Sistema Internazionale, l'unità di misura della velocità è:

A. *metro*

B. $\frac{metro}{secondo}$

C. $\frac{metro}{secondo^2}$

D. $\frac{metro^2}{secondo}$

E. $\frac{metro^2}{secondo^2}$

14) Le dimensioni dell'accelerazione sono:

A. $[a] = [L \cdot T^{-1}]$

B. $[a] = [L \cdot T^{-2}]$

C. $[a] = [L^{-2} \cdot T^{-2}]$

D. $[a] = [L \cdot T^2]$

E. $[a] = [L^{-1} \cdot T^{-2}]$

15) Un punto che si muove di moto circolare uniforme è soggetto ad una accelerazione centripeta. Tale accelerazione:

A. è un vettore costante in modulo, direzione e verso

B. è un vettore diretto in ogni istante come raggio della circonferenza e orientato verso il centro della circonferenza

C. è un vettore in ogni punto tangente alla circonferenza

D. è un vettore diretto in ogni istante come raggio della circonferenza e orientato verso l'esterno della circonferenza

E. è un vettore nullo

16) Sia v la velocità di un punto che si muove di moto circolare uniforme su di una circonferenza di raggio R, e sia ω la sua velocità angolare. Il modulo dell'accelerazione centripeta è pari a:

A. $a = \frac{\omega^2}{R}$

B. $a = v^2 \cdot R$

C. $a = \frac{v^2}{R}$

D. $a = \frac{v}{R}$

E. $a = \omega \cdot R$

17) Dato un punto P che si muove di moto circolare uniforme, si consideri la sua proiezione P′ sul diametro della circonferenza descritta. Tale punto si muove di:

A. moto circolare uniforme

B. moto rettilineo uniforme

C. moto uniformemente accelerato

D. moto rettilineo uniformemente accelerato

E. moto armonico

18) Si consideri un proiettile sparato con una velocità iniziale $\vec{v}_0$. Sia α l'angolo formato tra il vettore $\vec{v}_0$ e la direzione orizzontale. La gittata del proiettile è massima se:

A. $\alpha = 0°$

B. $\alpha = 90°$

C. $\alpha = 180°$

D. $\alpha = 45°$

E. $\alpha = 30°$

19) Le dimensioni della velocità sono:

A. $[v] = [L \cdot T^{-1}]$

B. $[v] = [L \cdot T^{-2}]$

C. $[v] = [L \cdot T]$

D. $[v] = [L^{-1} \cdot T]$

E. $[v] = [L^2 \cdot T^{-1}]$

20) Il modulo dell'accelerazione di gravità in prossimità della superficie della Terra è:

A. $g = 8{,}9 \frac{m}{s^2}$

B. $g = 9 \frac{m}{s^2}$

C. $g = 8 \frac{m}{s^2}$

D. $g = 0{,}98 \frac{m}{s^2}$

E. $g = 9{,}8 \frac{m}{s^2}$